

DOI: 10.16285/j.rsm.2022.1125

水位变化下含裂缝非饱和土挡墙的地震主动土压力研究

张常光^{1,2}, 关港辉¹, 李海祥¹, 范家桢¹, 石 晶¹

(1. 长安大学 建筑工程学院, 陕西 西安 710061; 2. 成都理工大学 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 四川 成都 610059)

摘 要: 高烈度区挡墙抗震设计的主要荷载是地震主动土压力。首先根据水位、缝深和墙踵的相对位置关系, 提出了含裂缝非饱和土挡墙在高、中、低水位下地震主动土压力分析的 3 种力学模型; 继而通过拟动力法计算墙后滑动土体的地震效应, 运用非饱和土力学原理与极限平衡法建立了水位变化下倾斜挡墙的地震主动土压力解答, 并给出了迭代应用步骤、对比文献理论解答与振动台实测; 最后探讨了水位、缝深以及土体非饱和特性对地震主动土压力系数的影响规律。研究结果表明: 所得非饱和土挡墙地震主动土压力解答综合考虑了水位、缝深与土体非饱和特性, 能退化为经典土压力公式, 与文献理论解答、振动台实测吻合良好且应用较便捷, 具有重要理论意义和良好的应用前景; 地震主动土压力受水位、缝深、基质吸力、吸力分布与吸力角的影响均很显著, 需采用工程措施维持基质吸力、吸力分布、低水位、小缝深等稳定存在以优化挡墙抗震设计。

关 键 词: 地震主动土压力; 非饱和土; 拟动力法; 墙后水位; 土体裂缝

中图分类号: TU476.4

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2023)06-1575-10

Seismic active earth pressure on a retaining wall in unsaturated soils with cracks for changing water table

ZHANG Chang-guang^{1,2}, GUAN Gang-hui¹, LI Hai-xiang¹, FAN Jia-shen¹, SHI Jing¹

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710061, China;

2. State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection, Chengdu University of Technology, Chengdu, Sichuan 610059, China)

Abstract: Seismic active earth pressure is the primary load for retaining wall design in high earthquake-intensity areas. Based on the relative position relationship among water table, crack depth and wall heel, this study firstly presented three mechanical models of seismic active earth pressure on retaining walls in unsaturated soils with cracks, which corresponded separately to high/medium/low water tables. The pseudo-dynamic method was then employed to calculate the seismic effect of sliding soils behind a retaining wall. The solution of seismic active earth pressure on inclined retaining walls for changing water table was derived by adopting mechanical principles of unsaturated soils and the limit equilibrium method. The iterative steps to be easily conducted were provided, and the proposed solution was compared with the results of theoretical analysis and the shaking table test available in the literature. Finally, the influences of water table, crack depth and unsaturated soil characteristics on the seismic active earth pressure coefficient were discussed. The results show that the proposed solution well considers the effects of water table, crack depth and unsaturated soil characteristics, which can be degraded to the classical earth pressure equation. Additionally, it agrees well with the existing theoretical solution and measured data of the shaking table test. Consequently, the proposed solution has an important theoretical significance and good application prospect. The influences of water table, crack depth, matric suction, suction distribution and suction angle on the seismic active earth pressure are all apparent. In order to optimize the seismic design of a retaining wall, engineering measures should be taken to maintain stable existence of matric suction, suction distribution, low water table and small crack depth.

Keywords: seismic active earth pressure; unsaturated soils; pseudo-dynamics method; water table behind a retaining wall; soil crack

收稿日期: 2022-07-19

录用日期: 2022-10-31

基金项目: 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室开放基金 (No.SKLP2020K022); 长安大学中央高校基本科研业务费专项资金 (No.300102282206); 陕西省自然科学基金 (No.2021JM-165, No.2021JM-170)。

This work was supported by the Opening Fund of State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection (SKLP2020K022), the Fundamental Research Funds for the Central Universities of Chang'an University (300102282206) and the Natural Science Foundation of Shaanxi Province (2021JM-165, 2021JM-170).

第一作者简介: 张常光, 男, 1982 年生, 博士, 教授, 主要从事非饱和土与地下工程等方面的研究。E-mail: zcg1016@163.com

1 引言

基坑或边坡挡墙后方土体因较高水位、持续降雨等而存在自由水,水分蒸发在土体中产生大量纵横交错干燥裂隙,同时有效黏聚力或非饱和吸附黏聚力使得墙后土体存在张拉裂隙与零侧压力区,开裂土体自重可作为缝深一半高度处的超载用于计算裂缝以下的挡墙土压力。地震主动土压力是高烈度区挡墙抗震设计的主要荷载,墙后水位、土体裂缝以及力学性能均影响挡墙地震土压力的确定。由于外界环境的影响,墙后水位与土体裂缝的相对位置发生变化,水位以上为非饱和土、以下为饱和土。以往常基于拟静力法探讨挡墙的地震土压力^[1-3],近年来多采用拟动力法并联合极限平衡法开展挡墙地震主动土压力的理论计算,代表性的研究有: Bellezza等^[4]探讨了无裂缝土体全浸水时竖直挡墙的地震主动土压力求解; Rajesh等^[5]推导了无裂缝土体全浸水时倾斜挡墙的地震主动土压力公式; 周小平等^[6]提出了无裂缝土体部分浸水时竖直挡墙的地震抗滑移设计方法。

上述挡墙地震主动土压力代表性研究未反映墙后水位的连续变化与土体裂缝,对水位以上土体也当作饱和土。此外,非饱和土力学原理已用于挡墙的地震主动土压力研究,例如: Ganesh等^[7]结合拟静力法与吸应力理论,获得了水位低于墙踵时无裂缝非饱和土倾斜挡墙的地震主动土压力方程; Yang等^[8]运用拟动力法与均布吸力假定,建立了5种吸附黏聚力算法下含裂缝非饱和土部分浸水时倾斜挡墙地震主动土压力的序列二次规划理论解; Nakajima等^[9]开展非饱和土竖直挡墙地震主动土压力的振动台试验,实测了墙后滑裂面发展与地震主动土压力沿墙高分布。

综上所述可知,现有的挡墙地震主动土压力研究均集中于某一方面,没有考虑水位、缝深与土体非饱和特性的综合影响。因此,本文基于拟动力法与非饱和土力学原理,首先提出含裂缝非饱和土挡墙地震主动土压力分析的3种力学模型,对应由水位相对于缝深、墙踵所在位置确定的高、中、低水位,进而采用极限平衡法推导倾斜挡墙的地震主动土压力解答,给出具体迭代应用步骤并与文献理论解答、振动台实测进行对比,最后结合地震主动土压力系数分析水位、缝深与土体非饱和特性的影响规律。所得结果可为挡墙抗震优化设计提供一定的理论指导。

2 基本理论及假定

2.1 力学模型

对于图 1~3 中地震作用下刚性挡墙的主动土压力模型,假定墙背倾斜且墙后填土水平。图中 H 为墙高, $\xi_c H$ 为缝深, $\xi_w H$ 为水位, ξ_c 、 ξ_w 分别为缝深系数和水位系数, α 为墙背与竖直线的夹角, θ 为过墙踵的滑裂平面与水平面的夹角。

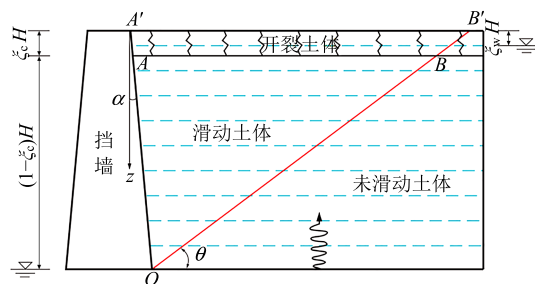


图 1 高水位挡墙地震主动土压力模型

Fig.1 Seismic active earth pressure model of retaining walls for high water table

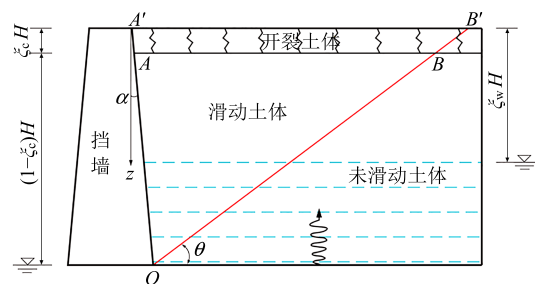


图 2 中水位挡墙地震主动土压力模型

Fig.2 Seismic active earth pressure model of retaining walls for medium water table

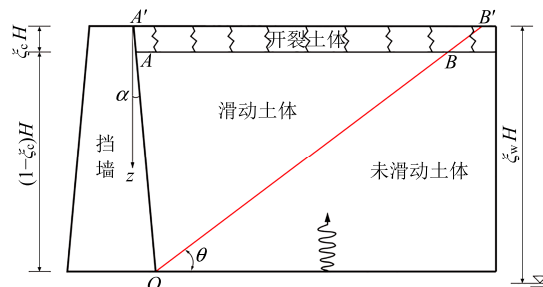


图 3 低水位挡墙地震主动土压力模型

Fig.3 Seismic active earth pressure model of retaining walls for low water table

根据水位处于缝底、墙踵的相对位置,分为3种情况:①高水位,水位高于缝底,图1满足 $0 \leq \xi_w < \xi_c$; ②中水位,水位在缝底和墙踵之间,图2

满足 $\xi_c \leq \xi_w < 1$; ③低水位, 水位低于墙踵, 图3满足 $\xi_w \geq 1$ 。此外, 前两种情况挡墙左侧水位与墙踵平行且保持不变, 不计渗流作用和超孔隙压力变化, 第3种情况挡墙两侧水位同深。

2.2 地震加速度

拟动力法中深度 z 处水平地震加速度 $a_h(z, t)$ 与竖向加速度 $a_v(z, t)$ 随时间 t 的变化由正弦波表示为^[8]

$$\begin{aligned} a_h(z, t) &= k_h g \left[1 + \frac{H-z}{H} (f_a - 1) \right] \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{H-z}{\lambda} \right) \\ a_v(z, t) &= k_v g \left[1 + \frac{H-z}{H} (f_a - 1) \right] \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{H-z}{\eta} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

式中: k_h 为水平地震系数; k_v 为竖向地震系数; g 为重力加速度; 沿挡墙高度方向的地震加速度非线性变化, f_a 为地震加速度放大系数; T 为地震周期; λ 为剪切波波长; η 为纵波波长。

将均布荷载和开裂土体自重分别作为 $z = 0$ 、 $0.5\xi_c H$ 处的超载, 由式(1)可得地表 $z = 0$ 处的水平地震系数 k_{h0} 和竖向地震系数 k_{v0} , 以及裂缝 $z = 0.5\xi_c H$ 处的水平地震系数 k_{hc} 和竖向地震系数 k_{vc} 为

$$\left. \begin{aligned} k_{h0} &= \frac{a_h(0, t)}{g} = k_h f_a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{H}{\lambda} \right) \\ k_{v0} &= \frac{a_v(0, t)}{g} = k_v k_{h0} / k_h \\ k_{hc} &= \frac{a_h(0.5\xi_c H, t)}{g} = \\ &= k_h \left[f_a - 0.5\xi_c (f_a - 1) \right] \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{1-0.5\xi_c}{\lambda} H \right] \\ k_{vc} &= \frac{a_v(0.5\xi_c H, t)}{g} = k_v k_{hc} / k_h \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

2.3 非饱和土强度

Fredlund 等^[10]提出的非饱和土双应力状态变量强度公式为

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (3)$$

式中: τ_f 为抗剪强度; c' 为有效黏聚力; ϕ' 为有效内摩擦角; ϕ^b 为表征基质吸力对非饱和土强度贡献的吸力角; u_a 为孔隙气压力; u_w 为孔隙水压力; $(u_a - u_w)$ 为基质吸力; σ 为总法向应力; $(\sigma - u_a)$ 为净法向应力。

设 $c_s = (u_a - u_w) \tan \phi^b$ 为基质吸力引起的吸附黏聚力 (亦可替换为其他非饱和土强度方程的算法), 则总黏聚力 $c_t = c' + (u_a - u_w) \tan \phi^b = c' + c_s$, 进而将式(3)改成饱和土强度的类似公式为

$$\tau_f = c_t + (\sigma - u_a) \tan \phi' \quad (4)$$

2.4 基质吸力分布

应用式(3)或式(4)需已知基质吸力的大小及分布形式, 但受降雨入渗、水分蒸发和地表覆盖等外部环境作用, 土体基质吸力随深度呈现一定非线性变化, 具体的函数表达式常难以确定。为说明基质吸力、吸力分布对挡墙地震主动土压力的影响, 暂采用图4中最简单的2种情况: 均布吸力、线性吸力, 如能实测或理论计算出其他的基质吸力分布, 可拓展本文思路获得相应解答。

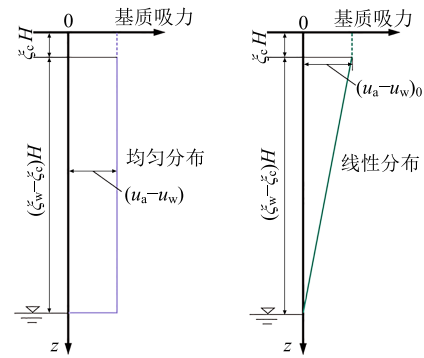


图4 基质吸力分布

Fig.4 Distributions of matrix suction

对于图4中的线性吸力分布, 深度 z 处的基质吸力 $(u_a - u_w)_z$ 为

$$\begin{aligned} (u_a - u_w)_z &= (u_a - u_w)_0 \left[1 - \frac{z - \xi_c H}{(\xi_w - \xi_c) H} \right], \\ \xi_c H &\leq z < \xi_w H \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $(u_a - u_w)_0$ 为缝底处的基质吸力。

3 公式推导

水位变化将影响土体自重、地震惯性力、黏聚合力和水压力的计算, 下面将以中水位时挡墙地震主动土压力分析为例进行详细推导, 墙后滑动土体处于极限平衡状态, 而对高水位、低水位则直接给出结果。

3.1 中水位 ($\xi_c \leq \xi_w < 1$)

由图2和图4可知, 中水位时挡墙地震主动土压力 E_{ac} 的楔形体受力分析如图5所示。此时, 滑动土体水位以上为非饱和土, 以下为饱和土, 形成黏聚力不同而有效内摩擦角相同的双层土体。

3.1.1 滑动土体

在滑动土体 OAB 中取一厚度为 dz 的薄层单元,

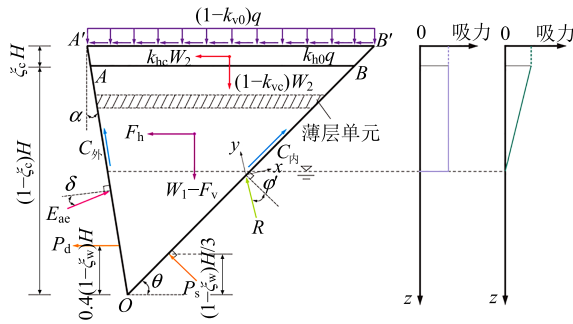


图5 中水位墙后楔形体受力分析

Fig.5 Force analysis of a wedge behind a retaining wall for medium water table

其体积 dV 为

$$dV = \frac{(H-z)\cos(\theta-\alpha)}{\cos\alpha\sin\theta} dz \quad (6)$$

土体在水位以上取天然重度 γ ，水位以下取有效重度 γ' ($\gamma' = \text{饱和重度 } \gamma_{\text{sat}} - \text{水重度 } \gamma_w$)，由式 (6) 乘以土体重度后从缝底到墙踵积分得滑动土体自重 W_1 为

$$W_1 = \int_{\xi_c H}^{\xi_w H} \gamma dV + \int_{\xi_w H}^H \gamma' dV = \frac{\gamma H^2 (1-0.5\xi_w - 0.5\xi_c)(\xi_w - \xi_c)\cos(\theta-\alpha)}{\cos\alpha\sin\theta} + \frac{\gamma' H^2 (1-\xi_w)^2 \cos(\theta-\alpha)}{2\cos\alpha\sin\theta} \quad (7)$$

当计算滑动土体的地震惯性力时^[6]，水位以上仍取天然重度 γ ，但水位以下计算水平地震惯性力、竖向地震惯性力需分别取干重度 γ_d 与有效重度 γ' 。因此，结合式 (1) 和式 (6) 并考虑土体重度取值不同，积分得滑动土体的水平地震惯性力 F_h 和竖向地震惯性力 F_v 为

$$F_h = \int_{\xi_c H}^{\xi_w H} \gamma \frac{a_h(z, t)}{g} dV + \int_{\xi_w H}^H \gamma_d \frac{a_h(z, t)}{g} dV = \frac{k_h \cos(\theta-\alpha)}{\cos\alpha\sin\theta} (\gamma M_1 + \gamma_d M_2) \quad (8)$$

$$F_v = \int_{\xi_c H}^{\xi_w H} \gamma \frac{a_v(z, t)}{g} dV + \int_{\xi_w H}^H \gamma' \frac{a_v(z, t)}{g} dV = \frac{k_v \cos(\theta-\alpha)}{\cos\alpha\sin\theta} (\gamma N_1 + \gamma' N_2) \quad (9)$$

其中， M_1 、 M_2 、 N_1 、 N_2 的表达式分别为

$$M_1 = \frac{\lambda H}{2\pi} (1-\xi_w) \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_w}{\lambda} H \right) \left[(1-f_a)(1-\xi_w) - \frac{\lambda^2 (1-f_a)}{2\pi^2 H^2 (1-\xi_w)} - 1 \right] - \frac{\lambda H}{2\pi} (1-\xi_c) \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_c}{\lambda} H \right) \left[(1-f_a)(1-\xi_c) - \frac{\lambda^2 (1-f_a)}{2\pi^2 H^2 (1-\xi_c)} - 1 \right] - \frac{\lambda^2}{2\pi^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_w}{\lambda} H \right) \left[\frac{1}{2} - (1-f_a)(1-\xi_w) \right] + \frac{\lambda^2}{2\pi^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_c}{\lambda} H \right) \left[\frac{1}{2} - (1-f_a)(1-\xi_c) \right],$$

$$M_2 = \frac{\lambda H (1-\xi_w)}{2\pi} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_w}{\lambda} H \right) \left[1 - (1-f_a)(1-\xi_w) + \frac{\lambda^2 (1-f_a)}{2\pi^2 H^2 (1-\xi_w)} \right] + \frac{\lambda^2}{2\pi^2} \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_w}{\lambda} H \right) \left[\frac{1}{2} - (1-f_a)(1-\xi_w) \right] - \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \sin 2\pi \frac{t}{T} - \frac{\lambda^3 (1-f_a)}{4\pi^3 H} \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

$$N_1 = \frac{\eta H}{2\pi} (1-\xi_w) \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_w}{\eta} H \right) \left[(1-f_a) \cdot (1-\xi_w) - \frac{\eta^2 (1-f_a)}{2\pi^2 H^2 (1-\xi_w)} - 1 \right] - \frac{\eta H}{2\pi} (1-\xi_c) \cos 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_c}{\eta} H \right) \left[(1-f_a)(1-\xi_c) - \frac{\eta^2 (1-f_a)}{2\pi^2 H^2 (1-\xi_c)} - 1 \right] - \frac{\eta^2}{2\pi^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_w}{\eta} H \right) \left[\frac{1}{2} - (1-f_a)(1-\xi_w) \right] + \frac{\eta^2}{2\pi^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_c}{\eta} H \right) \left[\frac{1}{2} - (1-f_a)(1-\xi_c) \right],$$

$$N_2 = \frac{\eta H (1-\xi_w)}{2\pi} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_w}{\eta} H \right) \left[1 - (1-f_a)(1-\xi_w) + \frac{\eta^2 (1-f_a)}{2\pi^2 H^2 (1-\xi_w)} \right] + \frac{\eta^2}{2\pi^2} \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_w}{\eta} H \right) \left[\frac{1}{2} - (1-f_a)(1-\xi_w) \right] - \frac{\eta^2}{4\pi^2} \sin 2\pi \frac{t}{T} - \frac{\eta^3 (1-f_a)}{4\pi^3 H} \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

3.1.2 开裂土体和地表荷载

在开裂土体 $A'ABB'$ 中取一厚度为 dz 的薄层单元，其体积表达式同式 (6)。由式 (6) 乘以土体天然重度 γ 后从地表到缝底积分，可得开裂土体自重 W_2 为

$$W_2 = \int_0^{\xi_c H} \gamma dV = \frac{\gamma \xi_c H^2 (1-0.5\xi_c) \cos(\theta-\alpha)}{\cos\alpha\sin\theta} \quad (10)$$

地表均布荷载 q 作用在线段 $A'B'$ 上的重量 Q 为

$$Q = \frac{qH(1-\xi_c)\cos(\theta-\alpha)}{\cos\alpha\sin\theta} \quad (11)$$

因此, 基于式 (2) 可得开裂土体的水平地震惯性力 $k_{hc}W_2$ 、竖向地震惯性力 $k_{vc}W_2$, 地表荷载的水平地震惯性力 $k_{h0}Q$ 、竖向地震惯性力 $k_{v0}Q$ 。

3.1.3 黏聚力

在滑裂面处非饱和土处于极限平衡状态而达到抗剪强度, 由法向净应力产生并沿滑裂面向上的摩擦剪应力已包含在未滑动土反力 R (方向与滑裂面法线的夹角为 φ) 内, 只剩由总黏聚力 c_t 产生并沿滑裂面向上的内聚力 $C_{\text{内}}$ 。对于总黏聚力 c_t , 水位以下饱和土取 c' 、水位以上非饱和土取 $c'+c_s$, 且吸附黏聚力 c_s 与吸力分布有关。因此, 均布吸力时内聚力 $C_{\text{内}}$ 为

$$C_{\text{内}} = \frac{H}{\sin\theta} [c'(1-\xi_c) + c_s(\xi_w - \xi_c)] \quad (12)$$

线性吸力时内聚力 $C_{\text{内}}$ 为

$$C_{\text{内}} = \int_{\xi_c H}^{\xi_w H} \frac{\sin\theta}{\sin\theta} (u_a - u_w)_0 \left(1 - \frac{l \sin\theta}{\xi_w H}\right) \tan\varphi^b dl + \int_{\xi_c H}^{\xi_w H} \frac{H}{\sin\theta} c' dl = \frac{(u_a - u_w)_0 H (\xi_w - \xi_c)^2 \tan\varphi^b}{2\xi_w \sin\theta} + \frac{c' H (1-\xi_c)}{\sin\theta} \quad (13)$$

式中: l 为沿滑裂面的长度变量。对于墙-土接触面处的外聚力 $C_{\text{外}}$, 假定墙-土间外黏聚力 c'_w 与有效黏聚力 c' 、附加黏聚力 c_{ws} 与吸附黏聚力 c_s 满足式 (14) 中的同一比例关系^[8]。

$$c'_w/c' = \tan\delta/\tan\varphi', \quad c_{ws}/c_s = \tan\delta/\tan\varphi' \quad (14)$$

式中: δ 为墙-土外摩擦角。

进而得外聚力 $C_{\text{外}}$ 为

$$C_{\text{外}} = \frac{\sin\theta \tan\delta}{\cos\alpha \tan\varphi'} C_{\text{内}} \quad (15)$$

3.1.4 水压力

图 6 为作用在滑动土体上的静水压力 P_s 和动水压力 P_d , 其中位于右侧水压三角形心处的静水压力 P_s 为

$$P_s = \frac{\gamma_w H^2 (1-\xi_w)^2}{2\sin\theta} \quad (16)$$

距墙踵 0.4 倍水位高度且水平向左的动水压力 P_d 为^[8]

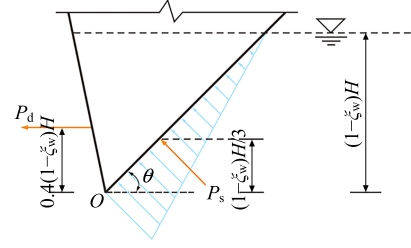


图 6 滑动土体水压力

Fig.6 Water pressure on sliding soils

$$P_d = \frac{7}{12} k_h \gamma_w H^2 (1-\xi_w)^2 \quad (17)$$

3.2 高水位 ($0 \leq \xi_w < \xi_c$)

图 7 为高水位时挡墙地震主动土压力 E_{ac} 的楔形体受力分析, 此时滑动土体全部为饱和土, 类比 3.1 节得如下有变动的结果 (未变动的同 3.1 节):

$$W_1 = \int_{\xi_c H}^H \gamma dV = \frac{\gamma' H^2 (1-\xi_c)^2 \cos(\theta-\alpha)}{2\cos\alpha\sin\theta} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} F_h &= \int_{\xi_c H}^H \gamma_d \frac{a_h(z, t)}{g} dV = \frac{k_h \gamma_d \cos(\theta-\alpha)}{\cos\alpha\sin\theta} M_3 \\ F_v &= \int_{\xi_c H}^H \gamma' \frac{a_v(z, t)}{g} dV = \frac{k_v \gamma' \cos(\theta-\alpha)}{\cos\alpha\sin\theta} N_3 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

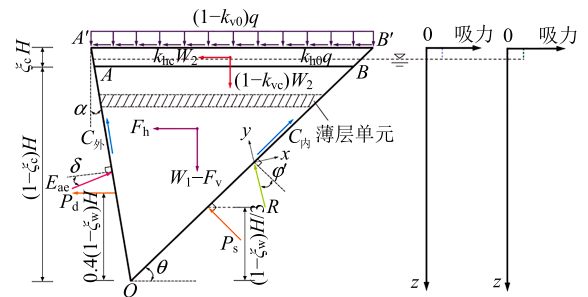


图 7 高水位墙后楔形体受力分析

Fig.7 Force analysis of a wedge behind a retaining wall for high water table

其中, M_3 、 N_3 的表达式为

$$\begin{aligned} M_3 &= \frac{\lambda H (1-\xi_c)}{2\pi} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_c}{\lambda} H \right) \left[1 - \right. \\ &\quad \left. (1-f_a)(1-\xi_c) + \frac{\lambda^2 (1-f_a)}{2\pi^2 H^2 (1-\xi_c)} \right] + \frac{\lambda^2}{2\pi^2} \sin 2\pi \cdot \\ &\quad \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_c}{\lambda} H \right) \left[\frac{1}{2} - (1-f_a)(1-\xi_c) \right] - \\ &\quad \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \sin 2\pi \frac{t}{T} - \frac{\lambda^3 (1-f_a)}{4\pi^3 H} \cos 2\pi \frac{t}{T}, \end{aligned}$$

$$N_3 = \frac{\eta H(1-\xi_c)}{2\pi} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_c}{\eta} H \right) \left[1 - (1-f_a)(1-\xi_c) + \frac{\eta^2(1-f_a)}{2\pi^2 H^2(1-\xi_c)} \right] + \frac{\eta^2}{2\pi^2} \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{1-\xi_c}{\eta} H \right) \left[\frac{1}{2} - (1-f_a)(1-\xi_c) \right] - \frac{\eta^2}{4\pi^2} \sin 2\pi \frac{t}{T} - \frac{\eta^3(1-f_a)}{4\pi^3 H} \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

$$W_2 = \int_0^{\xi_w H} \gamma dV + \int_{\xi_w H}^{\xi_c H} \gamma' dV = \frac{H^2 \cos(\theta-\alpha)}{\cos \alpha \sin \theta} [\gamma \xi_w \cdot (1-0.5\xi_w) + \gamma'(1-0.5\xi_c-0.5\xi_w)(\xi_c-\xi_w)] \quad (20)$$

$$C_{\text{内}} = \frac{c'H(1-\xi_c)}{\sin \theta} \quad (21)$$

3.3 低水位($\xi_w \geq 1$)

图 8 为低水位时挡墙地震主动土压力 E_{ac} 的楔形体受力分析, 此时滑动土体全部处于非饱和状态而无静水压力 P_s 与动水压力 P_d , 类比 3.1 节得如下有变动的结果 (未变动的同 3.1 节):

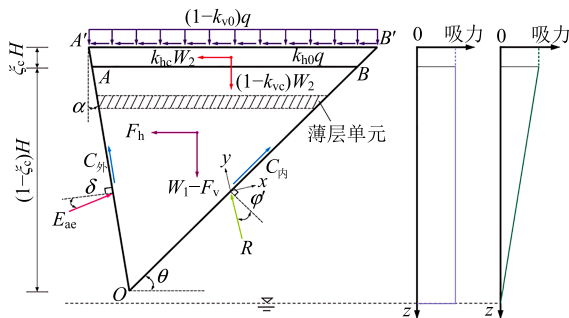


图 8 低水位墙后楔形体受力分析

Fig.8 Force analysis of a wedge behind a retaining wall for low water table

$$E_{ac} = \frac{[W_1 + (1-k_{v0})Q + (1-k_{vc})W_2 - F_v] \sin(\theta-\phi') + [F_h + k_{h0}Q + k_{hc}W_2] \cos(\theta-\phi')}{\cos(\theta-\delta-\alpha-\phi')} - \frac{C_{\text{内}} \cos \phi' + C_{\text{外}} \sin(\alpha+\phi'-\theta)}{\cos(\theta-\delta-\alpha-\phi')} + \frac{P_d \cos(\theta+\delta-\alpha-\phi') + P_s \sin \phi'}{\cos(\theta-\delta-\alpha-\phi')} \quad (27)$$

式 (27) 即为本文基于极限平衡法所建立的非饱和土挡墙地震主动土压力解答, 能合理反映水位 (水位系数 ξ_w)、缝深 (缝深系数 ξ_c) 与土体非饱和特性 (基质吸力、吸力分布、吸力角 ϕ^b) 等因素的综合影响, 且可自然退化为非饱和土库仑主动土压力 ($k_h = k_v = 0$) 或朗肯主动土压力 ($k_h = k_v = 0, \alpha = \delta = 0$)、饱和土地震主动土压力 ($(u_a - u_w) = (u_a - u_w)_0 = 0$), 具有重要的理论意义和广泛应用前景。

当水位变化时, 根据水位处于缝底、墙踵的相对位置, 将 3.1~3.3 节的相应公式代入式 (27), 可实现从高水位到低水位全过程的挡墙地震主动土压力变化规律。

$$W_1 = \int_{\xi_c H}^H \gamma dV = \frac{\gamma H^2(1-\xi_c) \cos(\theta-\alpha)}{2 \cos \alpha \sin \theta} \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} F_h &= \int_{\xi_c H}^H \gamma \frac{a_h(z, t)}{g} dV = \frac{k_h \gamma \cos(\theta-\alpha)}{\cos \alpha \sin \theta} M_3 \\ F_v &= \int_{\xi_c H}^H \gamma \frac{a_v(z, t)}{g} dV = \frac{k_v \gamma \cos(\theta-\alpha)}{\cos \alpha \sin \theta} N_3 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

均布吸力时内聚力为

$$C_{\text{内}} = \frac{H(1-\xi_c)(c' + c_s)}{\sin \theta} \quad (24)$$

线性吸力时内聚力为

$$C_{\text{内}} = \frac{(u_a - u_w)_0 H(1-\xi_c)(2\xi_w - 1) \tan \phi^b}{2\xi_w \sin \theta} + \frac{c'H(1-\xi_c)}{\sin \theta} \quad (25)$$

3.4 地震主动土压力

以图 5 中反力 R 方向为 y 轴正向, 垂直于 y 轴并指向地表为 x 轴正向, 根据 x 轴方向的力平衡条件得

$$E_{ac} \cos(\theta-\delta-\alpha-\phi') + C_{\text{内}} \cos \phi' + C_{\text{外}} \sin(\alpha+\phi'-\theta) = P_s \sin \phi' + P_d \cos(\theta+\delta-\alpha-\phi') + [F_h + k_{h0}Q + k_{hc}W_2] \cos(\theta-\phi') + [W_1 + (1-k_{v0})Q + (1-k_{vc})W_2 - F_v] \sin(\theta-\phi') \quad (26)$$

由式 (26) 得地震主动土压力 E_{ac} 为

类比砂性土挡墙的土压力系数, 得地震主动土压力系数 K_{ac} 为

$$K_{ac} = \frac{2E_{ac}}{\gamma H^2} \quad (28)$$

由式 (28) 可知, 地震主动土压力系数 K_{ac} 为综合性的无量纲指标, 便于探讨各因素对地震主动土压力的定量影响, 可绘制有关地震主动土压力系数 K_{ac} 的图表以供实际查询与工程选用。

4 应用步骤与对比验证

4.1 应用步骤

在已知挡墙尺寸、水位、缝深、土体物理力学

指标和地震动参数时, 地震主动土压力系数 K_{ae} 为时间 t ($t \in [0, T]$) 与滑裂面倾角 θ ($\theta \in [0, \pi/2]$) 的二元函数。联立 $\partial E_{ae}/\partial t = 0$ 和 $\partial E_{ae}/\partial \theta = 0$ 并结合 E_{ae} 在 $t \in [0, T]$, $\theta \in [0, \pi/2]$ 内的凹凸性求解临界时间与最优滑裂面倾角, 虽理论上可行但因表达复杂而难以实现。图 9 给出了地震主动土压力系数 K_{ae} 的遍历法迭代求解过程, 只要步长足够小就能得到满足精度要求的实用解。

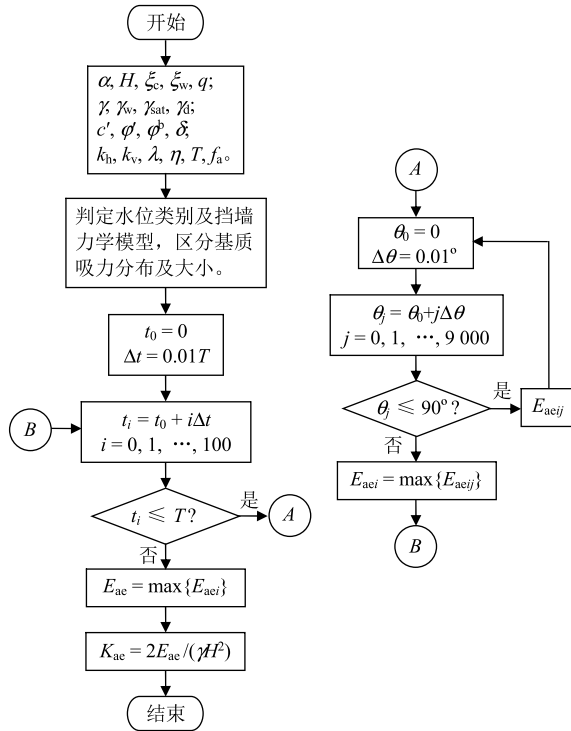


图9 迭代求解过程

Fig.9 Iterative solution process

假定一个非饱和土挡墙算例: $\alpha = 10^\circ$, $H = 10$ m, $\xi_c = 0.1$, $\xi_w = 0.6$, $q = 10$ kN/m³; $\gamma = 20$ kN/m³, $\gamma_w = 9.8$ kN/m³, $\gamma_{sat} = 23$ kN/m³, $\gamma_d = 18$ kN/m³; $c' = 10$ kPa, $\phi' = 22^\circ$, $\phi^b = 14^\circ$, $\delta = 10^\circ$; $k_h = 0.1$, $k_v = 0.05$, $\lambda = 30$ m, $\eta = 1.5\lambda$, $T = 0.2$ s, $f_a = 1.2$, 以阐明图 9 计算地震主动土压力系数 K_{ae} 的迭代过程。其中, 基质吸力分 2 种情况: 均匀分布($u_a - u_w$) = 50 kPa, 线性分布($u_a - u_w$)₀ = 50 kPa。具体的应用步骤为:

(1) 由 $\xi_c < \xi_w < 1$ 可知, 此算例对应 3.1 节的中水位挡墙。

(2) 将式 (2) 与 3.1 节中的 W_1 、 W_2 、 Q 、 F_h 、 F_v 、 $C_{内}$ 、 $C_{外}$ 、 P_s 、 P_d 一起代入式 (27), 构建地震主动土压力 E_{ae} 关于时间 t/T 和滑裂面倾角 θ 的二元函数。

注意, 2 种吸力分布对应的内聚合力 $C_{内}$ 与外聚合力 $C_{外}$ 要区别对待, 逐一进行以下迭代。

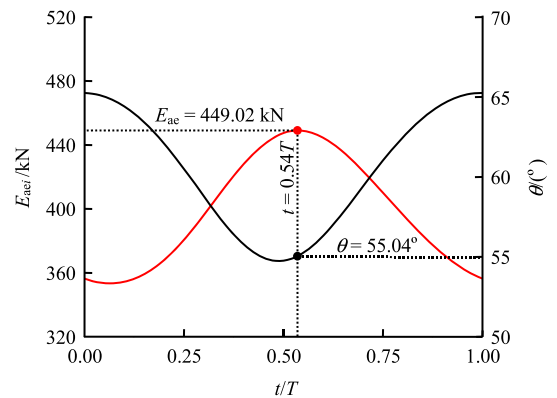
(3) 令 $t_0 = 0$, $\Delta t = 0.01T$, $t_i = t_0 + i\Delta t$, $i = 0, 1, \dots, 100$, 若 $t_i \leq T$ 则进入循环 A。

(4) 令 $\theta_0 = 0^\circ$, $\Delta\theta = 0.01^\circ$, $\theta_j = \theta_0 + j\Delta\theta$, $j = 0, 1, \dots, 9000$, 若 $\theta_j \leq 90^\circ$ 则由式 (27) 求得 E_{aeij} , 依次循环 A, 进而迭代出 t_i 时刻地震主动土压力最大值 $E_{aei} = \max\{E_{aeij}\}$ 。

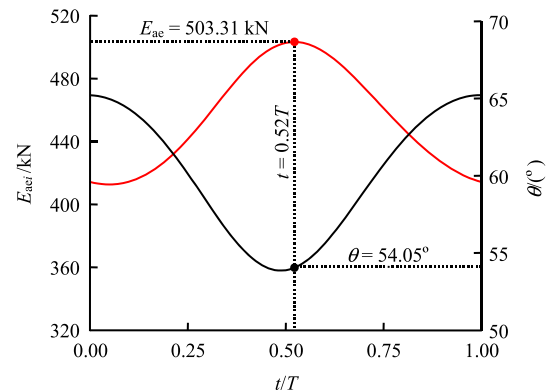
(5) 返回循环 B, 同理进行 t_{i+1} 时刻的循环 A 迭代, 如此往复循环, 最终得到地震主动土压力 $E_{ae} = \max\{E_{aei}\}$ 和地震主动土压力系数 K_{ae} 。

上述应用步骤的迭代次数高达 90 万, 保证了所得实用解的精度要求。

图 10 给出了上述算例迭代求解地震主动土压力 E_{aei} 随时间 t 的变化情况, 同时还有 t_i 时刻的滑裂面倾角 θ , 其中最大 E_{aei} 即为地震主动土压力 E_{ae} , 对应得出临界时间、最优滑裂面倾角以及地震主动土压力系数 K_{ae} , 具体结果为: 均布吸力($u_a - u_w$) = 50 kPa 时, 时间 $t = 0.54T$ 、滑裂面倾角 $\theta = 55.04^\circ$ 和地震主动土压力系数 $K_{ae} = 0.449$; 线性吸力($u_a - u_w$)₀ = 50 kPa 时, 时间 $t = 0.52T$ 、滑裂面倾角 $\theta = 54.05^\circ$ 和地震主动土压力系数 $K_{ae} = 0.503$ 。



(a) 均布吸力



(b) 线性吸力

图 10 地震主动土压力 E_{aei} 和滑裂面倾角 θ 随时间 t 的变化
Fig.10 Variations of seismic active earth pressure E_{aei} and slip fracture angle θ with time t

4.2 对比验证

理论解答验证: 针对均匀分布的基质吸力和吸附黏聚力 5 种算法, Yang 等^[8]根据能量守恒原理获得了含裂缝非饱和土挡墙地震主动土压力的序列二次规划理论解, 表 1、2 为本文与文献[8]的地震主动土压力系数 K_{ac} 对比, 包括吸附黏聚力 c_s 的 2 种算法。需要说明的是, 文献[8]的吸附黏聚力 c_s 不同算法代表非饱和土强度随着基质吸力增加的各种非线性变化, 对比时将每种算法得到的 4 种性质土体 (土-水特征曲线参数不同、吸力角变化不同) 的吸附黏聚力大小直接作为本文吸附黏聚力 c_s 的输入, 故本文与文献[8]的吸附黏聚力取值一样。相关参数: $\alpha = 10^\circ$, $H = 10$ m, $\xi_c = 0.3$, $\xi_w = 0.6$, $q = 0$ kN/m³; $\gamma = 20$ kN/m³, $\gamma_w = 9.8$ kN/m³, $\gamma_{sat} = 23$ kN/m³, $\gamma_d = 18$ kN/m³; $c' = 10$ kPa, $\phi' = 34^\circ$, 相同 c_s , $\delta = 5^\circ$; $k_h = 0.1$, $k_v = 0.05$, $\lambda = 30$ m, $\eta = 1.87\lambda$, $T = 0.2$ s, $f_a = 1$ 。

由表 1、2 可知, 2 种吸附黏聚力算法下本文地震主动土压力系数 K_{ac} 与文献[8]的都很接近, 最大相对误差分别为 6.1%与-1.9%, 表明了本文极限平衡法解答的正确性; 同时, 其他 3 种吸附黏聚力算法下的对比结果类似 (未给出)。

表 1 Fredlund 强度方程下对比理论解答
Table 1 Comparisons of proposed solution with a theoretical solution—Fredlund's strength equation

土类	算法	不同 $(u_a - u_w)/\text{kPa}$ 取值时的 K_{ac}					
		0	20	40	60	80	100
砂土	文献[8]	0.365	0.358	0.355	0.352	0.349	0.347
	本文	0.358	0.352	0.349	0.346	0.344	0.341
黏土	文献[8]	0.365	0.325	0.291	0.269	0.258	0.254
	本文	0.358	0.321	0.291	0.271	0.261	0.257
细粒土	文献[8]	0.365	0.352	0.353	0.353	0.354	0.353
	本文	0.358	0.346	0.347	0.348	0.347	0.347
极细粒土	文献[8]	0.365	0.323	0.280	0.240	0.201	0.163
	本文	0.358	0.320	0.282	0.245	0.209	0.173

表 2 Vilar 强度方程下对比理论解答
Table 2 Comparisons of proposed solution with a theoretical solution—Vilar's strength equation

土类	算法	不同 $(u_a - u_w)/\text{kPa}$ 取值时的 K_{ac}					
		0	20	40	60	80	100
砂土	文献[8]	0.365	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360
	本文	0.358	0.354	0.354	0.354	0.354	0.354
黏土	文献[8]	0.365	0.340	0.330	0.325	0.322	0.319
	本文	0.358	0.336	0.327	0.322	0.319	0.317
细粒土	文献[8]	0.365	0.356	0.354	0.354	0.354	0.353
	本文	0.358	0.349	0.348	0.348	0.348	0.348
极细粒土	文献[8]	0.365	0.328	0.299	0.276	0.258	0.242
	本文	0.358	0.324	0.298	0.277	0.260	0.246

振动台实验验证: Nakajima 等^[9]开展了非饱和土挡墙地震主动土压力的 1g 振动台试验, 模型箱长×宽×高尺寸为 2.06 m×0.60 m×1.40 m, Inagi 土的相对密度 $G_s = 2.672$, 平均粒径 $D_{50} = 0.21$ mm, 细粒含量 $F_c = 9.2\%$, 不均匀系数 $C_u = 2.90$, 压实度 $D_c = 80\%$, 含水率 $w = 12\%$, 天然重度 $\gamma = 15.6$ kN/m³; $\alpha = 0^\circ$, $H = 0.6$ m, $\xi_c = 0$, $\xi_w = 1$, $q = 0$ kN/m³; $c_t = 2.2$ kPa, $\phi' = 32.6^\circ$, $\delta = 30^\circ$; $k_h = 0.4$, $k_v = 0.2$, $\lambda = 30$ m, $\eta = 1.87\lambda$, $T = 0.2$ s, $f_a = 1$ 。

选取 2 个时间 $t = 4.36$ 、4.46 s, 将文献[9]的振动台实测地震主动土压力沿墙高分布与本文计算地震主动土压力集度 e_{ac} ($e_{ac} = \partial E_{aci} / \partial z$, 对应图 9 扣除地震周期后只进行指定时刻 $t_i = 0.16$ 、0.06 s 下的循环 A) 进行对比, 如图 11 所示。由图可见, 本文计算地震主动土压力集度与振动台实测值的大小及分布都比较一致, 尤其是在挡墙的中下部, 这验证了所得理论解答的适用性。

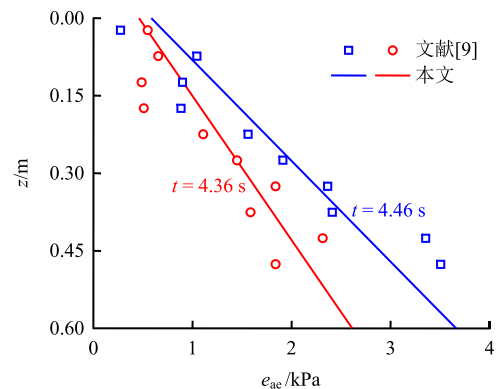


图 11 与振动台实测的对比

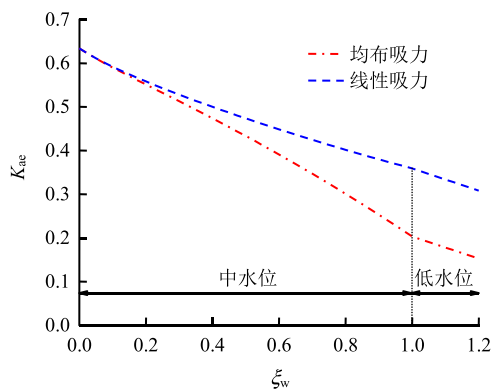
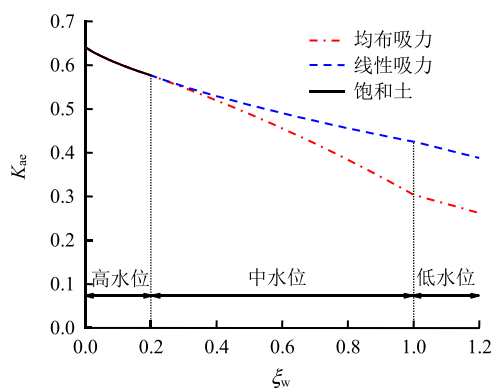
Fig.11 Comparisons of proposed solution with measured data of shaking table tests

5 影响因素分析

对于水位变化下含裂缝的非饱和土挡墙, 厘清水位、缝深与土体非饱和特性对地震主动土压力的影响规律, 可为挡墙抗震设计提出优化建议。除水位系数 ξ_w 、缝深系数 ξ_c 以外, 算例的其他参数同 4.1 节。基质吸力按裂缝底部处的负孔隙水压力, 即 $(u_a - u_w) = \gamma_w H(\xi_w - \xi_c)$ (均布吸力)、 $(u_a - u_w)_0 = \gamma_w H(\xi_w - \xi_c)$ (线性吸力) 确定。

5.1 水位

水位变化的影响具有全局性, 对应第 3 章中不同的墙后楔形体力学模型和计算公式即式 (27)、(28)。图 12 为缝深系数 $\xi_c = 0$ 、0.2 时地震主动土压力系数 K_{ac} 随着水位系数 ξ_w 的变化情况, 每种缝深都包括均布吸力和线性吸力。

(a) $\zeta_c = 0$ (b) $\zeta_c = 0.2$ 图 12 水位系数 ζ_w 对 K_{ae} 的影响Fig.12 Influences of water table coefficient ζ_w on K_{ae}

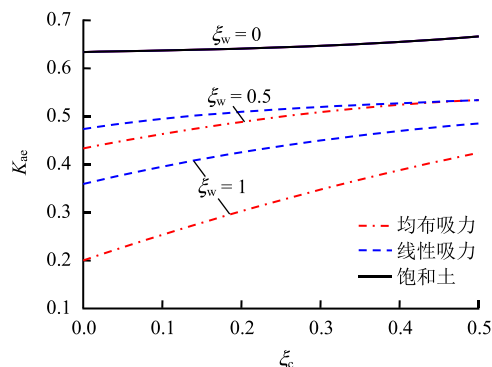
由图 12(a)可知,当缝深系数 $\zeta_c = 0$ 时,随着水位系数 ζ_w 从 0 增加到 1.2,挡墙依次经历了中水位、低水位,2 种吸力分布下地震主动土压力系数 K_{ae} 均接近线性减小,相差逐渐增大;均布吸力下地震主动土压力系数 K_{ae} 比线性吸力下的小,但受水位系数 ζ_w 的影响更大;同一吸力分布下地震主动土压力系数 K_{ae} 在中/低水位的变化不同,具体为低水位时地震主动土压力系数 K_{ae} 在均布吸力下减小变缓,线性吸力下减小加速。

由图 12(b)可知,当缝深系数 $\zeta_c = 0.2$ 时,随着水位系数 ζ_w 从 0 增加到 1.2,挡墙依次经历了高水位、中水位和低水位;除高水位以外,地震主动土压力系数 K_{ae} 的整体变化规律与图 12(a)类似,但地震主动土压力系数 K_{ae} 有所提高,2 种吸力分布下的地震主动土压力系数 K_{ae} 相差有所下降;当 $\zeta_w \leq \zeta_c = 0.2$ 时,水位高于缝底而挡墙处于高水位,使得墙后滑动土体全部为饱和土,部分开裂土体处于水位以上,此时的地震主动土压力系数 K_{ae} 较高。

5.2 缝深

墙后土体的裂缝深度时常变化,图 13 为水位系数 $\zeta_w = 0, 0.5$ 和 1 时地震主动土压力系数 K_{ae} 随着

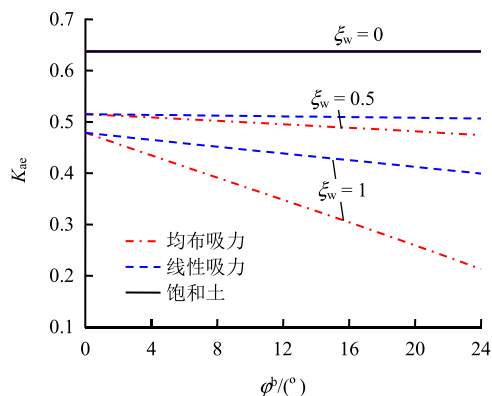
缝深系数 $\zeta_c (\in [0, 0.5])$ 的变化情况。

图 13 缝深系数 ζ_c 对 K_{ae} 的影响Fig.13 Influences of crack depth coefficient ζ_c on K_{ae}

由图 13 可知,当水位在地表处即 $\zeta_w = 0$ 时(高水位),墙后滑动土体和开裂土体均为饱和土,地震主动土压力系数 K_{ae} 最高;当水位在墙踵处即 $\zeta_w = 1$ 时(低水位),墙后滑动土体和开裂土体均为非饱和土,地震主动土压力系数 K_{ae} 随着缝深系数 ζ_c 的增加而非线性增大,且在 2 种吸力分布下相差较大;当水位在墙高一半处即 $\zeta_w = 0.5$ 时(中水位),墙后部分滑动土体与开裂土体为非饱和土,水位以下为滑动饱和土,此时地震主动土压力系数 K_{ae} 比 $\zeta_w = 1$ 时的增长率下降,在 2 种吸力分布下的相差也明显减小。

5.3 吸力角

吸力角 ϕ 为表征非饱和土强度的重要参数,图 14 给出了缝深系数 $\zeta_c = 0.2$ 、水位系数 $\zeta_w = 0, 0.5$ 和 1 时地震主动土压力系数 K_{ae} 随着吸力角 ϕ 的变化情况。

图 14 吸力角 ϕ 对 K_{ae} 的影响Fig.14 Influences of suction angle ϕ on K_{ae}

由图 14 可知,当 $\zeta_w = 0$ 时,墙后滑动土体和开裂土体均为饱和土,地震主动土压力系数 K_{ae} 与吸

力角 ϕ 无关;当 $\xi_w = 1$ 时,墙后滑动土体和开裂土体均为非饱和土,地震主动土压力系数 K_{ae} 随着吸力角 ϕ 的增加而近似线性减小,且在2种吸力分布下相差不断增大;当 $\xi_w = 0.5$ 时,墙后部分滑动土体与开裂土体为非饱和土,此时地震主动土压力系数 K_{ae} 比 $\xi_w = 1$ 时的减小率明显下降,尤其是对于吸力均匀分布而言,同时在2种吸力分布下地震主动土压力系数 K_{ae} 的相差也显著减小。

综上所述,地震主动土压力系数 K_{ae} 受水位、缝深和吸力角的影响显著,且在均布与线性吸力分布下的大小及变化存在差异,这实际反映的是墙后水位类别、挡墙力学模型以及土体非饱和特性的综合作用,考虑此综合作用可提高挡墙抗震设计的安全性与经济性。

6 结 论

(1) 基于极限平衡和拟动力法所建立的非饱和土挡墙地震主动土压力解答,对应高、中、低水位下挡墙地震主动土压力分析的3种力学模型,能合理反映水位、缝深与土体非饱和特性的综合影响,可实现水位连续变化下挡墙地震主动土压力动态演化全过程,具有重要的理论意义。

(2) 所得非饱和土挡墙地震主动土压力解答可自然退化为非饱和土库仑或朗肯主动土压力、饱和土地震主动土压力,并得到文献理论解答与振动台实测数据的正确性和适用性验证,结合遍历法迭代步骤能较便捷确定临界时间和最优滑裂面倾角,具有良好的工程应用前景。

(3) 水位越低、缝深越小、吸力角越高都有助于减小挡墙地震主动土压力,基质吸力对地震主动土压力的影响随着水位下降而增大,均布吸力下地震主动土压力比线性吸力下受水位系数的影响更明显,挡墙抗震设计优化需同时考虑墙后水位类别、力学模型以及土体非饱和特性。

参 考 文 献

[1] 刘忠玉, 闫富有. 有地下水时刚性挡土墙的动主动土压力[J]. 岩土力学, 2006, 27(4): 566-570.
LIU Zhong-yu, YAN Fu-you. Dynamic active earth pressure on rigid retaining walls with submerged soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(4): 566-570.

[2] ZENG Z Q, WU S Z, LYU C. Upper bound solution to seismic active earth pressure of submerged backfill subjected to partial drainage[J]. **Frontiers of Structural and Civil Engineering**, 2021, 15(6): 1480-1493.
[3] SINGH S, KUMAR A. Methodologies available for the determination of seismic active thrust acting on retaining walls: a critical review[J]. **Indian Geotechnical Journal**, 2021, 51(5): 1056-1068.
[4] BELLEZZA I, ALBERTO D D, FENTINI R. Pseudo-dynamic approach for active thrust of submerged soils[J]. **Proceedings of the ICE-Geotechnical Engineering**, 2012, 165(5): 321-333.
[5] RAJESH B G, CHOUDHURY D. Generalized seismic active thrust on a retaining wall with submerged backfill using a modified pseudo-dynamic method[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2017, 17(3): 06016023.
[6] 周小平, 季璇, 钱七虎. 强地震荷载作用下临水挡土墙的拟动力法稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(10): 2071-2081.
ZHOU Xiao-ping, JI Xuan, QIAN Qi-hu. Stability analysis of water front retaining wall subjected to seismic loads using pseudo-dynamic method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2012, 31(10): 2071-2081.
[7] GANESH R, RAJESH S. Coupled effect of suction stress and unit weight on the active earth pressure of unsaturated backfills[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2022, 22(8): 06022018.
[8] YANG X L, CHEN H. Seismic active earth pressure of unsaturated soils with a crack using pseudo-dynamic approach[J]. **Computers and Geotechnics**, 2020, 125: 103684.
[9] NAKAJIMA S, OZAKI T, SANAGAWA T. 1g Shaking table model tests on seismic active earth pressure acting on retaining wall with cohesive backfill soil[J]. **Soils and Foundations**, 2021, 61(5): 1251-1272.
[10] FREDLUND D C, MORGENSTEM N R, WIDGER R A. The shear strength of unsaturated soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1978, 15(3): 313-321.